Muriel Mosconi

Psychoses et infinis : János Bolyai et Georg Cantor *

Durant son séminaire *Le Sinthome*, Lacan spécifie une forclusion plus radicale que celle du Nom-du-Père : « L'orientation du réel forclôt le sens », dit-il.

C'est le zéro absolu, la limite absolue du froid, qu'il donne pour exemple de ce feu froid du réel qui forclôt tout sens, et cette forclusion du sens ne peut être pensée que comme impensable. Le réel est toujours un bout, un trognon, autour duquel la pensée brode, mais son stigmate est de ne se relier à rien. Le fait qu'il y ait un zéro absolu du froid ne se relie strictement à rien de pensable. D'où les crises subjectives du savant lorsqu'il trouve un bout du réel. Newton, parallèlement à son travail scientifique, rédigea des liasses d'écrits alchimiques qui sont la trace de la crise subjective qu'il traversa.

János Bolyai, qui élabora et publia le premier une géométrie non euclidienne, et Georg Cantor, qui théorisa les nombres transfinis, nous donnent l'exemple du drame subjectif du savant lorsque son destin, du fait de la forclusion du Nom-du-Père, ne s'inscrit pas dans le mythe œdipien. C'est-à-dire l'exemple de la conjonction de diverses forclusions, celle liée à la psychose et celles liées à la science.

Face au réel insensé que découvre la science, nous nous trouvons en présence d'une forclusion radicale qui n'est pas sans rapport avec l'*ausstossung*, le rejet fondamental constitutif du réel au niveau de l'appareil psychique que Freud formalise dans son article « La dénégation ». La science, de par son régime, tente aussi de suturer, de forclore son propre sujet. Une fois son registre établi, elle ne veut

* Intervention à la soirée conférence-débat du 15 février 2011, « Infinis et transfinis en psychanalyse » du pôle Estérel-Côte d'Azur de l'EPFCL, à Cannes.

rien savoir de la vérité subjective comme cause. Elle fonctionne sans la mémoire de ses crises, de ses drames qui ont participé à sa production. Mais la question du fondement de la science est incontournable dans ses moments de crise. Descartes le découvre avec son recours au malin génie, qu'il barre bien vite en faisant appel au Nom-du-Père. Dieu est parfait donc non trompeur, il m'assure que les vérités mathématiques sont intangibles.

Dans cette perspective, il est frappant que deux psychotiques se trouvent en bonne place à l'origine de la crise des fondements qui ébranle les mathématiques au XIXe siècle. János Bolyai soulève la sorte de sublimation naturelle qu'est le Nom-du-Père qui pèse sur la loi de l'évidence durant des siècles. Il pousse à ses ultimes conséquences mathématiques le fait que l'axiome des parallèles soit indécidable dans la géométrie euclidienne. Ce qui subvertit le champ physico-géométrique et annonce la relativité générale. Georg Cantor passe outre à l'interdit aristotélicien qui pèse sur l'infini actuel, sur l'infini vu de l'infini. En élaborant la théorie des ensembles infinis, il construit une arithmétique des transfinis qui révèle l'inconsistance de certains ensembles. Les paradoxes qu'il soulève à l'orée du XXe siècle amènent les mathématiciens à réélaborer les fondements mêmes des mathématiques.

János Bolyai

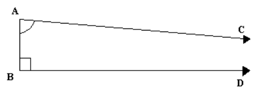
János Bolyai est un ingénieur hongrois de la première moitié du XIXe siècle, qui le premier élabora et publia dans tous ses développements un traité de géométrie non euclidienne efficient sous le titre : *La science absolue de l'espace indépendante de la vérité ou de la fausseté de l'axiome XI d'Euclide (que l'on ne pourra jamais établir a priori) et en cas de fausseté la démonstration de la quadrature du cercle*.

Quels en sont les enjeux ? Dans ses *Éléments*, Euclide demande qu'on lui accorde que « si deux droites situées dans un même plan font avec une sécante commune, et d'un même côté de celle-ci, des angles intérieurs dont la somme est inférieure à deux droits, ces droites prolongées suffisamment se rencontrent de ce côté ». D'emblée Euclide tombe sur ce qui fut « le scandale de la géométrie » durant vingt-deux siècles : ce postulat est indémontrable, il ne peut que s'agir d'un axiome. Pourtant, il implique des résultats aussi évidents que deux parallèles sont équidistantes, une ligne équidistante à une droite est une droite, la somme des angles d'un triangle n'est pas inférieure à deux angles droits, par un point extérieur à une droite il ne passe pas plus d'une parallèle à cette droite, le théorème de Thalès, etc.

Toutes les démonstrations que les géomètres ont tentées jusqu'à Gauss, Bolyai et Lobatchevski sont circulaires car cet axiome est essentiel pour définir la notion de droite elle-même, son caractère de « rectitude ». Pendant vingt-deux siècles, la succession des tentatives de démonstration conduisit à remettre en cause des « évidences » de plus en plus « évidentes » et à dégager des alternatives de plus en plus plausibles à l'axiome des parallèles. L'alternative la plus intéressante est celle de Wallis, selon laquelle l'axiome des parallèles équivaut au fait que pour toute figure il existe une figure semblable arbitrairement grande. Ce principe d'invariance de la structure globale de l'espace par homothétie est corrélé avec l'idée que les lois physiques n'impliquent aucune unité absolue de mesure, ce qui est un point d'appui essentiel de la physique de Newton… et ce que révoque la physique d'Einstein grâce à l'élaboration des géométries non euclidiennes.

L'idée d'une géométrie où les équivalents du postulat d'Euclide seraient violés en bloc avait été introduite pour en démontrer l'absurdité (sans succès) par Saccheri dans son traité *Euclide lavé de toute souillure*, en 1733. D'autres mathématiciens avaient suivi ces pistes à titre d'hypothèse. Mais il restait à les démontrer. C'est autour de cette question que se nouent les rapports entre Gauss, Bolyai et Lobatchevski. Bolyai et Lobatchevski ont travaillé de manière strictement indépendante et dans l'ignorance l'un de l'autre. Ils sont arrivés à de nombreux résultats communs, que Bolyai a trouvés le premier et que Lobatchevski a publiés en partie d'abord. Quant à Gauss, s'il eut l'idée de la géométrie non euclidienne hyperbolique, il n'a jamais synthétisé et publié ses travaux et il a laissé ses différents correspondants les disséminer.

Dès 1823, Bolyai, le premier, dispose de la formule de base de la trigonométrie hyperbolique non euclidienne qui définit l'angle de parallélisme $\alpha = \pi\,(p)$, dans la configuration de base :



a est la droite AC et b est la droite BD avec a // b et la distance AB = p qui est une distance absolue, invariable par homothétie.

b est une droite « classique », a est une hyperbole qui lui est asymptotique, AB un segment de droite perpendiculaire à b, avec A qui est un point de a et de b et b qui est un point de B, et α est l'angle BAC.

L'angle de parallélisme $\alpha = \pi\ (p)$ varie en fonction de la distance effective p puisque les longueurs sont absolues dans cette géométrie. La formule de base est la suivante :

$e^{(-p/k)} = \mathrm{tg}\ (\pi\ (p)/2)$

De cette formule on peut faire dériver les propriétés métriques du plan hyperbolique.

Il s'en déduit aussi qu'il existe une infinité continue de géométries hyperboliques en faisant varier le paramètre k et que cette infinité tend vers le cas euclidien lorsque k tend vers l'infini ($\mathrm{tg}\ \pi\ (p)/2 = 1$ d'où $\pi\ (p) = \pi/2$).

La géométrie euclidienne est donc la limite à l'infini de la géométrie hyperbolique et sa tangente lorsque les longueurs tendent vers zéro (toujours $\mathrm{tg}\ \pi\ (p)/2 = 1$ d'où $\pi\ (p) = \pi/2$). Il s'en déduit que si l'espace réel était à courbure constante les études sur les très grandes distances permettraient de trouver sa structure effective. Ce fut l'idée de Gauss, qui fit des calculs sur les parallaxes des étoiles dont le degré d'incertitude ne permit pas de trancher. L'idée actuelle est que les trois géométries métriques (hyperbolique, euclidienne et elliptique) donnent des modèles opératoires pour des champs de la physique différenciés. La géométrie hyperbolique donne un modèle opérant dans les années 1950 pour les transmissions téléphoniques intercontinentales, par exemple. Elle eut aussi des conséquences dans le champ mathématique puisqu'elle permit à Hilbert de mettre au point son axiomatique où il reprend l'idée de Bolyai de l'indépendance de l'axiome des parallèles par rapport aux autres axiomes euclidiens.

János Bolyai démontre bien là que la psychose est un essai de rigueur : la géométrie absolue qu'il élabore dans les quarante-trois paragraphes de son *Appendix* ne comporte quasiment que des théorèmes « absolus » valables dans la géométrie hyperbolique et dans la géométrie euclidienne.

Qu'est-ce qu'un axiome en effet ? C'est un dire qui ne se couple au dit que d'y *ek-sister* et qui de ce fait excède la « dit-mention » de la vérité tout en la rendant possible, selon la définition qu'en donne Lacan dans « L'étourdit [1] ». C'est un dire qui ne se pose en vérité que pour permettre à une vérité partielle de se déployer. La géométrie paramétrée de Bolyai donne en quelque sorte une infinité continue d'axiomes équivalents à l'axiome des parallèles, une infinité de dires. Elle donne aussi la clef d'une interprétation possible du réel par la détermination du paramètre k. Il y a là comme une holophrase de l'imaginaire de la géométrie, du symbolique des mathématiques et du réel de la science selon la structure du nœud de trèfle propre à la paranoïa. Si Gauss recula face à l'écrasante autorité de la philosophie kantienne à cette époque, Bolyai, lui, porte directement le fer dans la plaie puisqu'il emploie dans le titre même de l'*Appendix* la formule anti-kantienne : a priori indécidable pour toujours. Il va jusqu'à écrire que « l'opinion incorrecte du philosophe idéaliste Kant est née d'une conception totalement malade ». Il écrira aussi que « la loi de la gravitation apparaît en étroite connexion avec le genre de constitution de l'espace [2] », ce qui amène de nombreux chercheurs à le considérer comme un pionnier de la géométrisation de la physique, c'est-à-dire du réel. Comment s'inscrit sa trouvaille dans la vie de János Bolyai [3] ?

Son père, Farkas Bolyai, est lui aussi mathématicien. Condisciple de Gauss à Göttingen, il échange avec lui une correspondance suivie où il traite aussi bien de problèmes mathématiques que de ses soucis familiaux. Il s'attaque aussi aux problèmes des parallèles et tente de démontrer la validité absolue de l'axiome XI ; il tente d'en faire un théorème, à l'inverse de János. Pour Farkas, la passion des parallèles est un genre de folie qui n'est pas sans rapport avec la catastrophe que fut son premier mariage avec la mère de János, Suzanna Benkö. Par exemple, il écrit à Gauss à ce propos : « C'est ici que se dresse le récif le plus dangereux dans la mer en furie, la pierre tombale de tant de mérites [4] ».

1. J. Lacan, « L'étourdit », *Scilicet*, n° 4, Paris, Seuil, 1973.
2. N. Charraud, *Infini et Inconscient. Essai sur Georg Cantor,* Paris, Anthropos, 1994.
3. Les références biographiques de ce passage sont pour la majeure partie tirées de l'ouvrage d'Imre Hermann, *Parallélismes,* Paris, Denoël, 1980, recoupées et rectifiées en fonction des autres références bibliographiques données.
4. I. Hermann, *Parallélismes, op. cit.*

Il écrit à propos des parallèles : « Labyrinthe qui ne cesse de m'attirer, c'est dans ces paysages que se trouvent les colonnes d'Hercule. J'ai navigué parmi tous les récifs des côtes de la mer morte infernale, et j'en suis toujours revenu le mât arraché et les voiles déchirées [5]. » Lui qui se voulut un sans nom (il publia six drames de manière anonyme) se trouva un « nom de jouissance » pour sa tombe qui conjoint son horreur des femmes et son amour de la science. Il voulut en effet que sa tombe ne portât aucune marque mais souhaita être enterré sous un pommier, en référence aux trois célèbres pommes, celles d'Ève et du jugement de Pâris qui « avaient changé la terre en enfer » et celle de Newton « qui l'avait replacée au rang des corps célestes [6] ». Dès qu'il sait que János s'intéresse aux parallèles, il le met en garde : « Ce noir sans fond a peut-être englouti mille géants newtoniens. » Il le met aussi en garde contre les femmes et lui enjoint d'aller visiter un service de vénérologie avant toute aventure sexuelle.

La mère de János, elle, est manifestement psychotique. Son délire se déclenche de nouveau lorsque son fils la quitte en 1818 pour poursuivre ses études à Vienne à l'Académie du génie militaire. En voici les termes, notés par Farkas : « Moi Dieu devenu Dieu ; je dis ce que je suis : un point où commence le grand Tout, où, de même il finit. Je dis ce que je suis : un centre dont s'originent et autour duquel gravitent des cercles qui se répandent sans fin et qui en se rétractant deviennent à nouveau un point. Qui je suis : d'innombrables éclats – morceaux qui deviennent Dieu de nouveau et Dieu se décompose de nouveau en éclats – morceaux et ainsi jusqu'à la fin, c'est à dire sans qu'aucune fin n'arrive jamais [...] [7]. »

La concordance de la logique à l'œuvre dans ce délire et dans la théorie de János est frappante. En 1823, il écrit à son père : « J'ai créé un univers nouveau à partir de rien. » Sa géométrie aboutit au fait que « sur un signe » – le paramètre k – l'espace monde tout entier se métamorphose. En décidant à notre gré du paramètre k, nous obtenons un espace hypothétique soit euclidien, soit non euclidien à

5. *Ibid.*
6. J. Bolyai, *Appendix...*, traduction française de J. Houel, Mem. de la Soc. de Sc. Phys. et Nat. de Bordeaux, t. V, 1867, p. 189-248.
7. *Ibid.*

courbure négative. En choisissant k toujours différent (« i » dans l'*Appendix*) on réussit à transformer à volonté le système géométrique hypothétique et cela reste possible jusqu'à ce qu'on se heurte à une contradiction par rapport au système réel. Or cette contradiction n'advient jamais (*Appendix* 32).

La théorie de János, par le biais de petites lettres ou de signes qu'il a inventés pour la circonstance, apparaît comme une mise en forme de l'énigme de la folie de sa mère, une mise en forme du réel à l'œuvre dans ce désir fou non barré par le Nom-du-Père qui fait de Suzanna Benkö un espace-monde qui change sur un signe. János entre dans sa théorisation par l'idée de droite disjonctive, il appelle parallèle à une droite la première droite obtenue par rotation à ne pas couper cette droite. Imre Hermann fait l'hypothèse qu'il s'agit d'une tentative de symboliser la séparation de la mère et de l'enfant, d'une tentative d'autoguérison. Nous dirions plutôt en termes lacaniens qu'il s'agit d'une tentative de traiter le réel ravageant du désir de la mère par le biais du symbolique, d'une tentative de suppléance face au déclenchement de sa propre psychose, dont Farkas repère des éléments avant-coureurs dans l'enfance.

Gauss, ce « prince des géomètres », paraît avoir un temps la fonction de tenant lieu de Nom-du-Père. Par sa théorisation qui s'adresse à Gauss, sans qu'il lui en fasse part, János se met en rivalité avec son père, qui se voit dans cette histoire jouer le rôle du roi Lear, du père qui lâche, qui cède, à qui l'on vole le signifiant de la paternité. Durant l'élaboration de sa théorie, l'agressivité à l'égard de Farkas s'estompe. Farkas l'écrit à Gauss en 1825 : « Mon fils Vulcain s'est assagi. » « Il est devenu un grand et beau jeune homme dont le courage militaire va de pair avec l'innocence et la pudeur – il ne joue pas aux cartes, ne boit ni vin, ni eau de vie, ni café, il ne se rase pas et n'a que du duvet [8]. »

Il y a là une certaine féminisation à l'œuvre, portée par le désir paternel, alors que, selon une anecdote, János aurait provoqué son père en duel, à l'orée de sa théorisation [9]. János vit peu de temps après son premier amour passionnel pour une femme. Mais en 1832, Gauss, après avoir reçu l'*Appendix* par le biais de Farkas, rédige une

8. *Ibid.*
9. *Ibid.*

lettre restée célèbre : « Je ne peux louer ce travail car ce serait comme me louer moi-même. En effet, le chemin pris par ton fils, ses résultats coïncident presque entièrement avec les méditations qui ont occupé mon esprit ces trente dernières années… »

János se sent alors destitué de sa priorité, accusant son père de complicité, il passe à l'acte et abandonne pour un temps les mathématiques pour se consacrer à l'élaboration d'une langue parfaite à partir du magyar, sa langue maternelle. Cette langue parfaite devait assurer le bonheur de l'humanité selon sa doctrine de salut. Il s'y consacra jusqu'à sa mort. Peu après sa rupture avec Gauss, il est mis à la retraite de l'armée avec le grade de capitaine. Il a alors trente-deux ans. La tentative de suppléance par le biais des mathématiques s'était effondrée. Sa relation à l'Autre suivit la classique déclinaison érotomane : espoir, dépit, rancune. Après qu'il se fut senti envoyé de Dieu et qu'il eut tenté de s'inscrire dans la filiation symbolique de Gauss, l'Autre prit pour lui la forme d'un Autre complet, non barré, absolu, comme la géométrie qu'il trouva et la langue qu'il tenta d'élaborer. Gauss, son père et plus tard sa femme prirent la fonction de persécuteurs qu'il persécuta. Il martyrisa son père et sa femme par ses idées délirantes de jalousie et refusa un temps de reconnaître son fils Denes. Pour ce qui est de ce dernier, il fit inscrire sur le registre d'état civil qu'il n'était pas de lui car « à l'époque correspondant à celle de la conception, la mère faisait de fréquentes sorties dans des lieux louches et revenait à la maison en état d'échauffement [10] ». Ce n'est que dix ans plus tard qu'il reconnut Denes et qu'il fit consigner que sa suspicion s'était totalement évanouie.

En 1848, Farkas lui donne à lire le traité de Lobatchevski sur la théorie des parallèles. Il en rédige un commentaire point par point et conclut qu'il a été trahi, que Lobatchevski n'existe pas et que tout cela n'est qu'une machination vengeresse de Gauss, ce qui ne l'empêche pas d'apprécier le travail de son hypothétique double, qu'il qualifie de génie [11].

János Bolyai se trouve à la convergence des différentes forclusions mises au jour par la psychanalyse. La forclusion du Nom-du-Père

10. *Ibid.*
11. J.-A. Miller, « Vers un signifiant nouveau », *Revue de l'École de la cause freudienne*, n° 20, Paris, 1992.

marque sa structure paranoïaque. Le rejet pour lui va de l'*Unglauben*, le fondamental n'y pas croire que Freud découvre chez le paranoïaque [12], qui lui permet de passer outre aux « évidences » de la perception, pour trouver, par le biais de signes inventés pour la circonstance, un bout de réel impensable, une possible orientation absolue du réel, ce rejet donc va jusqu'à celui de l'inconscient que marque son travail sur la langue. De par sa structure, il lui est difficile d'admettre que l'Autre soit inconsistant et sa géométrie absolue pousse la géométrie générale à un degré de consistance supplémentaire. Il lui est aussi difficile d'admettre que l'Autre soit incomplet, ce qu'inscrit dans les mathématiques la notion même d'axiome, qui relève, dans la logique, du signifiant du manque de l'Autre. Son travail sur la langue parfaite est une tentative de mise en forme d'un métalangage qui supplanterait les langues vivantes et érigerait un Autre de l'Autre, à l'opposé de ce qu'inscrit justement le signifiant du manque de l'Autre. Sa structure lui permet de passer outre à la méconnaissance névrotique engluée dans le sens, dans la copulation du symbolique et de l'imaginaire. Elle le soumet à la passion de l'ignorance, à la jonction du symbolique et du réel, comme les mathématiques, passion de l'ignorance qui ici est un autre nom de la connaissance paranoïaque.

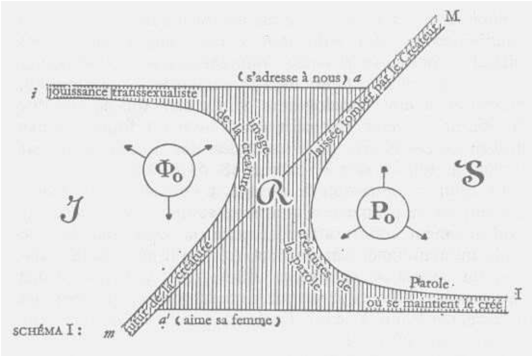
Le désir du mathématicien qui l'anime lui permet de s'apercevoir de ce qu'il y a de réel dans le symbolique. Il l'amène à chiffrer le réel au-delà de ce que Lacan appelle « jouis-sens », d'où les effets de suppléance de son travail mathématique. Sa structure le rend plus sensible à une topologie différente de la topologie euclidienne, plus proche de la topologie de l'inconscient, conformément à ce que Freud note au soir de sa vie :

> « Il se peut que la spatialité soit la projection de l'extension de l'appareil psychique. Vraisemblablement aucune autre dérivation. Au lieu des conditions à priori de l'appareil psychique selon Kant.
>
> Psyché est étendue et elle n'en sait rien [13] » (juin 1938, Londres).

Mais pour János cette topologie est marquée par la forclusion du Nom-du-Père, elle évoque la forme hyperbolique et asymptotique que prend la jouissance de Schreber, animée qu'elle est par le pousse-à-la femme. Le schéma I, dérivé du schéma R, donne la structure du sujet

12. S. Freud, « Le manuscrit K », dans *La Naissance de la psychanalyse*, Paris, PUF, 1979.
13. S. Freud, *Résultats, idées, problèmes,* tome II, Paris, PUF, 1985, note 22 VIII.

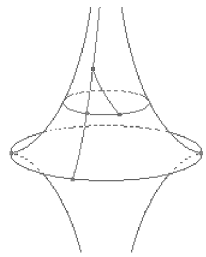
au terme du procès psychotique lorsqu'une suppléance ne s'est pas constituée. Il dessine d'une double courbe hyperbolique « le lien rendu sensible, dans la double asymptote qui unit le moi délirant à l'autre divin, de leur divergence imaginaire dans l'espace et dans le temps à la convergence idéale de leur conjoncture. Non sans relever que d'une telle forme Freud a eu l'intuition, puisqu'il a introduit lui-même le terme *asymptotisch* à ce propos [14] ».



Ainsi, la structure du procès psychotique schrébérien relève de la géométrie hyperbolique que formalise János Bolyai, cette conjonction est pour le moins frappante. Le destin de sa théorie dessine aussi ce qu'il en est du rejet forclusif, sur le modèle que Freud nous donne dans la *Verneinung*.

Inassimilable un temps par le système symbolique de la science, « odieuse au monde » comme le vrai logicien, elle ne put être admise que sous couvert de l'autorité paternelle de Gauss, qui soutint plus tard les théoriciens non euclidiens comme Riemann ou Klein. Elle ne fut admise aussi que lorsque Beltrami en produisit un modèle perceptif dans le champ euclidien, permettant par là sa retrouvaille, son jugement d'existence était enfin inscrit.

14. J. Lacan, « D'une question préliminaire à tout traitement possible de la psychose », dans *Écrits*, Paris, Seuil, 1966, p. 571-572.



Pseudo-sphère de Beltrami dont les « longitudinales » sont parallèles au sens de János Bolyai et dont les cercles « latitudinaux » sont des horocycles qui leur sont perpendiculaires. Ces deux variétés de « droites » non euclidiennes font apparaître une déhiscence de la droite euclidienne qui les confond. La somme des angles d'un triangle dans cette topologie est inférieure à π.

Les paradoxes de la théorie euclidienne étaient en voie de résolution, mais au prix de l'oubli du drame subjectif de Bolyai, au prix d'une tentative de suture dans le champ de la science de ce sujet qui en est le corrélat antinomique [15].

Georg Cantor

Georg Cantor, lui, se trouva en butte à de très violentes attaques de la part des mathématiciens berlinois, ce qui n'ébranla jamais sa certitude d'être dans le vrai. « Ma théorie est ferme comme un roc » écrit-il au plus fort du tollé que soulève son œuvre. Durant de longues années, il s'efforce de démontrer l'hypothèse du continu qui couronnerait son travail en liant ses études sur la droite et celles sur les transfinis. Selon cette hypothèse, si $\aleph^0$ – aleph 0 –, le plus petit cardinal transfini, spécifie l'ensemble des entiers naturels, $\aleph^1$ – aleph 1 –, le transfini successeur d'aleph 0, devrait correspondre à l'ensemble des nombres réels, c'est-à-dire à l'ensemble des points de la droite, selon un axiome qui lui est propre. Il ne parviendra pas à cette démonstration, et pour cause ! Paul Cohen a démontré, en 1963, l'indépendance de cette hypothèse par rapport à la théorie cantorienne des ensembles. Il s'agit d'un énoncé indécidable au sein de cette

15. J. Lacan, « La science et la vérité », dans *Écrits*, *op. cit.*

théorie comme l'axiome des parallèles l'est au sein de la géométrie métrique. Mais là où Bolyai démontre un indécidable qui fonde son œuvre, Cantor élabore sa théorie autour d'une question, « qu'est-ce que le continu ? », sans en apercevoir le côté indécidable. À partir de cette question, il fragmente la notion de droite dont Bolyai et Lobatchevski avaient fait apparaître la déhiscence dans le champ géométrique et formalise l'arithmétique transfinie. L'engendrement des nombres transfinis suppose trois principes qui peuvent se résumer à celui-ci : « Passées les bornes, il y a une limite [16]. »

Le premier principe d'engendrement est simple, sur le modèle des entiers naturels, on adjoint un successeur $\omega + 1$ à chaque élément ω d'un ensemble de nombres transfinis. Le deuxième principe permet, je cite Cantor, « de passer toute borne » : quand il n'y a pas de plus grand nombre à un ensemble, on en invente un qui le représente et qui en est la limite extérieure. Par exemple ω, le premier ordinal transfini, vient à la suite de tous les entiers naturels – il n'y a pas de plus grand entier naturel –, il est à l'extérieur de cet ensemble qu'il représente. Le cardinal qui lui correspond est $\aleph^0$, aleph 0. Le troisième principe est un principe de limitation. Une fois passées les bornes de l'infini, il s'agit de sérier les ordinaux transfinis dans diverses classes, qui auront pour cardinal le cardinal strictement supérieur à celui de leurs ensembles-éléments. Ainsi, la classe II ci-dessous qui a pour éléments tous les ensembles qui ont aleph 0 pour cardinal a pour cardinal aleph 1. (Il y a aleph 1 ensembles d'aleph 0 éléments.) Les ordinaux transfinis représentent des ensembles. Contrairement aux ensembles ordonnés finis dont le cardinal et l'ordinal sont égaux, dans l'arithmétique transfinie les ordinaux et les cardinaux sont différents pour un même ensemble : ainsi, les ensembles de la classe II ci-dessous ont pour ordinal ω ou $\omega + 1$ ou $\omega + 2$ ou $\omega + n$, etc., et ont tous pour ordinal aleph 0.

16. J. Lacan, *Télévision*, Paris, Seuil, p. 63.

Transfinis	
Classe I	
N	
Ord = ω	
Card = aleph 0	1
	2 Ensemble N des entiers naturels noté ici (1, 2, 3 ...)
	3
Classe II	
Ord = Ω	
Card = aleph1	N = (1, 2, 3 ...) ◊ card aleph 0
	(1, 2, 3 ...) U (ω) ◊ card aleph 0
	(1, 2, 3 ...) U (ω, ω+1) ◊ card aleph 0 ...
	(1, 2, 3 ...) U (ω, ω + 1, ω + 2 ...) ◊ card aleph 0
Classe III	Ω --> card aleph 1...
Card = aleph 2	

Mais cette formalisation implique l'existence d'ensembles inconsistants à son horizon. L'ensemble de tous les ordinaux et le système de tous les alephs forment une suite indéfinie et inconsistante. Cela amène Cantor à écrire, le premier, qu'il n'y a pas d'ensemble de tous les ensembles. Ce sont les paradoxes qui ébranlent l'édifice mathématique dans ses fondements. Le franchissement cantorien de l'infini, en signant la fin de la tradition aristotélicienne, atteint la question de la loi et en conséquence celle du Nom-du-Père qui organise la signification par le jeu de sa place d'exception et par sa fonction de capitonnage. Le délestage des significations courantes qu'implique la forclusion du Nom-du-Père (l'*Unglauben* freudien) peut rapprocher le psychotique de la position du scientifique, pour lequel l'infini est une place sans entour mythique, sans semblant spécifique bien qu'il y ait différentes fictions de l'infini. L'on peut se demander si, à l'instar de Bolyai, Cantor dans la liberté dont il fit preuve par rapport à la tradition mathématique et par la rigueur qu'il déploya fut « favorisé » par sa structure.

En passant outre à l'interdit qui pesait sur l'infini actuel, Cantor construit un infini significantisé, stratifié, fixé par des nombres, chiffré au-delà du sens imaginaro-symbolique. Les transfinis se révèlent de l'ordre d'un savoir dans le réel qui relève du pas-tout. Construit sur l'idée explicite que « passées les bornes, il y a une limite », il dénude à son horizon des lieux d'inconsistance, à l'instar de la logique de la jouissance féminine qui n'est pas totalement rapportable au phallus : « Passées les bornes, il y a une limite » est une formule de Lacan – inspirée de la formule de monsieur Fenouillard, « Passées les bornes, il n'y a plus de limite » – pour spécifier cette jouissance, et l'inconsistance du phallus est plus manifeste aux femmes.

Si la géométrie de Bolyai évoque la fonction hyperbolique de la jouissance schrébérienne dans son côté pousse-à-la-femme asymptotique, l'arithmétique de Cantor évoque, elle, la fonction de la suppléance chez Joyce, qui l'amène à une féminisation particulière (Françoise Gorog parle à ce sujet de Joyce comme « pondeuse particulière » de ses œuvres, par opposition à Schreber comme « pondeuse universelle » d'une nouvelle humanité [17]). Mais si la théorie cantorienne évoque la logique de la suppléance, elle n'eut pas cette valeur pour Cantor, au contraire. Sa psychose paranoïaque se déclenche un an après la découverte des transfinis. À ce moment, il présente un épisode délirant persécutoire où son maître Kronecker est le persécuteur.

Que s'est-il passé ? Il vient de publier son premier article sur les transfinis, que Kronecker attaque violemment. Nous retrouvons la figure classique du déclenchement que Lacan formalise dans « La question préliminaire » : un père, Kronecker, se retrouve en opposition symbolique au couple que forment Cantor et Dedekind, son alter ego, son ami et son correspondant. Cependant, peu de temps avant sa première hospitalisation, Cantor séjourne à Paris, où les mathématiciens français, comme Poincaré, font un excellent accueil à ses théories. Il écourte précipitamment son séjour pour être hospitalisé pour la première fois. Cela laisse à penser, et c'est la thèse de Nathalie Charraud, que le déclenchement relève du succès qu'implique sa reconnaissance comme père de sa théorie.

Lacan, lui, ne fait pas appel à sa thèse de 1958 de « La question préliminaire ». Il situe le déclenchement de la psychose de Cantor du

17. F. Gorog, « Joyce le prudent », *Revue de l'École de la cause freudienne*, n° 33.

côté de la découverte d'un savoir dans le réel et du côté de la certitude qui y est corrélée, conjoignant là le drame subjectif du savant et le déclenchement de la psychose. Cantor avoue le forçage de cette certitude. « Ne pas simplement considérer l'infini comme ce qui croît sans limite... mais le fixer par des nombres, cette pensée s'est imposée à moi presque contre ma volonté. » Il n'est que le scribe de Dieu, dit-il : « Je ne suis quant à mes travaux, que rédacteur et fonctionnaire. » Dieu en retour s'en trouve modifié. Dans sa correspondance avec le cardinal Franzelin, qui se situe entre la découverte des transfinis et celle des ensembles inconsistants, Cantor différencie deux infinis, celui accessible des transfinis et celui inaccessible réservé à Dieu. À ce moment, sa psychose n'a pas un caractère massif et il poursuit ses travaux de mathématicien avec succès. Mais la découverte de l'inconsistance des plus grands transfinis le touche dans sa diologie personnelle.

Sa deuxième hospitalisation fait suite à la publication de ce résultat. En étudiant la complétude du réel ou en trouvant les nombres transfinis qui bouclent toujours plus loin tout ensemble de nombres, Cantor s'est voué à compléter l'Autre par une logique du pas-tout (d'ailleurs, toutes les lois de l'arithmétique classique ne s'appliquent pas à l'arithmétique transfinie).

Au terme de sa recherche, il découvre l'inconsistance de cet Autre. Ce autour de quoi il tourne toute sa vie, l'hypothèse du continu, relève de l'incomplétude de cet Autre mathématique, à quoi il oppose la complétude imaginaire de l'unité absolument indivise de Dieu, qui, de fait, devient de plus en plus désincarné et vide. Les figures paternelles persécutrices qui se lèvent alors, Kronecker, puis la famille royale anglaise, redonnent une certaine consistance à cet Autre et font barrière à sa décomposition. Son délire de filiation, dont l'élément central est Henri VIII et qui s'articule par ce biais à l'idée que les pièces de Shakespeare ont en réalité été écrites par Bacon, participe à cette tentative de reconstruction de la fonction paternelle. Il en est de même de son opuscule mystique *Ex Oriente Lux*, qui réinterprète la filiation de Jésus (fils de Marie-Madeleine et de Joseph d'Arimatie et non fils de Dieu dans sa théorie). À la fin de sa vie, Cantor chante souvent à tue-tête durant des heures, ce qui n'est pas sans évoquer le miracle de hurlements schrébérien et la prise au pied de la lettre de son propre patronyme, dernière tentative de reconstruction autour du trou de la forclusion du Nom-du-Père, P_0.

Le désir de Cantor, inventeur d'un savoir dans le réel sur l'inconsistance de l'Autre par un travail rigoureux de la lettre, par un chiffrage au-delà du « jouis-sens », donne à Lacan le prototype du désir de l'analyste. Le transfini aleph 0 lui donne un mathème de la passe, où il s'agit d'inventer un signifiant nouveau qui représente et fait limite extérieure à la suite des signifiants que le sujet de l'inconscient a déroulés dans la cure, un signifiant nouveau qui dit pour chacun l'impossible inscription du rapport sexuel dans la structure, signifiant nouveau, ici, propre à chacun. {S1, S2, S3, ..., Sn} aleph 0.

Bibliographie sur János Bolyai et sur la géométrie non euclidienne

Les deux ouvrages de référence essentiels de cet article :

– Imre Hermann, *Parallélismes*, Paris, Denoël, 1980.

Son avant-propos de Jean Petitot-Cocorda, « Note sur la Géométrie hyperbolique », p. I à XXXVIII.

– János Bolyai, *Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens, a veritate aut falsitate axiomatis undecimi euclidei (a priori haud unquam decidenda) independentem ; adjecta ad casum falsitatis quadratura circuli geometrica; Auctore Joanne Bolyai ... in exercitu caesareo regio austriaco castreusium capitaneo*. (Appendice au *Tentamen* de F. Bolyai 1832). Traduction française de J. Houel, Mem. de la soc. de Sc. Phys. et Nat. de Bordeaux, t. V, 1867, p. 189-248.

F. Schmidt, « Notice sur la vie et les travaux de W. et J. Bolyai », préface de l'*Appendix*, Paris, Gauthier-Villars, trad. de J. Houel, 1868.

Autres ouvrages de références :

P. Barbarin, *La géométrie non euclidienne*, Gauthier-Villard, 1905, Jacques Gabay, 3e éd., Sceaux, 1990.

R. Bonola, *La geometria non euclidea, Esposizione storico-critica del suo sviluppo*, Bologna, Zanichelli, 1906, trad. anglaise Dover 1955.

Dictionnaire des mathématiques, Paris, PUF, 4e éd. 1993.

J. Dieudonné, *Pour l'honneur de l'esprit humain. Les mathématiques aujourd'hui*, Paris, Hachette, coll. « Pluriel », 1987.

A. Einstein, *La Relativité*, Paris, Petite Bibliothèque Payot, 1975.

N. Lobatchevski, *La Théorie des parallèles*, trad. de J. Houel, Paris, éd. Monom-Albert Blanchard, 1980.

B. Szenassy, *History of Mathematics in Hungary until the 20th Century*, Akademia Kiado, Budapest, Springer Verlag, 1992.

Bibliographie sur Georg Cantor

Articles et lettres de Georg Cantor :

J. Cavailles, *Philosophie mathématique*, Paris, Hermann, 1962, où est publiée une partie de la correspondance Cantor-Dedekind.

G. Cantor, « Fondements d'une théorie générale des ensembles », 1882, traduction de J.-C. Milner, *Cahiers pour l'analyse*, n° 10.

G. Cantor, « Lettre à Dedekind du 5 novembre 1882 », traduction et introduction de H. Fichant, dans F. Rivenc et de P. Rouilhan (sous la direction de), *Logique et fondements des mathématiques*, Paris, Payot, coll. « Bibliothèque scientifique », 1992.

G. Cantor, « Sur une question élémentaire de la théorie des multiplicités », 1892, traduction et introduction H. Sinaceur, *ibid*.

G. Cantor, « Lettres à Dedekind des 28 juillet, 29 et 31 août 1899 », introduction de J. Sakarovitch, traduction de H. Fichant, *ibid*.

Articles et ouvrages sur Georg Cantor :

N. Charraud, « La question de Cantor », *L'Âne*, n° 10, Paris, mai-juin 1983.

N. Charraud, « Georg Cantor : superlatif et infini », *Actes de l'École de la cause freudienne*, n° XIII, Paris, 1987.

N. Charraud, « Logique lacanienne et transfini », *Revue de l'École de la cause freudienne*, n° 21, 1992.

N. Charraud, *Infini et inconscient. Essai sur Georg Cantor*, Paris, Anthropos, 1994.

H. Hermann, *Parallélismes*, Paris, Denoël, 1980.

J.-A. Miller, « Vers un signifiant nouveau », *Revue de l'École de la cause freudienne*, n° 20, Paris, 1992.

H. Sinaceur, « Le transfini de Cantor », *ibid*.

Références de Jacques Lacan à Georg Cantor :

« La science et la vérité », dans *Écrits*, Paris, Seuil, 1966.

« La proposition du 9 octobre 1967 », *Scilicet*, n° 1, Paris, Seuil, 1968.

« La méprise du sujet supposé savoir », *ibid*.

« L'étourdit », *Scilicet*, n° 4, Paris, Seuil, 1973.

« ...ou pire », *Scilicet*, n° 5, Paris, Seuil, 1975.

« Du discours psychanalytique », Milan, 12 mai 1982, dans *Lacan en Italie*, La Salamandra, 1978.

...ou pire, séminaire XIX, inédit, 1971-1973.

Encore, séminaire XX, 1972-1973, Paris, Seuil, 1975.

Le Sinthome, Séminaire XXIII, 1975-1976, Seuil, Paris.